

УДК 574.42
А. Дж. Алиева

Вопросы оценки площади растительного покрова на дистанционно зондируемых участках

Национальное аэрокосмическое агентство, г. Баку,
Азербайджанская Республика
e-mail: asadzade@rambler.ru

Аннотация. Сформулирована и решена задача оптимальной оценки частичного вегетационного покрова, сформированного на базе нормализованного вегетационного индекса, с учетом известного эффекта насыщения NDVI при высоких значениях LAI. Предложена осуществление коррекции только текущей величины $NDVI_T$, и на этой основе сформирован новый показатель частичного растительного покрова состоящий из скорректированного NDVI. Также предложен интегральный вариант введенного показателя. Введена функция связи $LAI = \varphi_k(NDVI_T)$ и при допущении постоянства определенного интеграла этой функции сформирована и решена оптимизационная задача поиска оптимальной функции $\varphi(NDVI_T)_{opt}$ при которой вновь введенный интегральный показатель частичного покрова достигает максимальной величины. Определена взаимосвязь вновь предложенного и известного показателей частичного вегетационного покрова.

Ключевые слова: растительный покров, эффект насыщения, индекс листовой поверхности, нормализованный разностный растительный индекс, оптимизация

Введение

Чтобы охарактеризовать вертикальную проекцию части ландшафта занятой растительностью используется такой показатель как частичный растительный покров, введенный в работе [1]. Этот показатель является важным фенотипическим фактором, характеризующим пространственную характеристику типа растительности. Путем количественной оценки этого показателя может быть осуществлен мониторинг роста растительности [2], а также состояние выращенного урожая [3]. Частичный растительный покров может быть использован для оценки процессов, происходящих на земле [4,5,6,7], а также связи антропогенной деятельности с состоянием окружающей среды [8,9,10]. Известны различные алгоритмы для оценки частичного растительного покрова, такие как алгоритмы оценки относительного преобладания с использованием максимальных и минимальных значений вегетационных индексов [11], алгоритмы спектральной смеси [12], алгоритмы спектральной обучаемой классификации [13], алгоритмы на базе физических моделей [14] и др. Особое место среди вышеуказанных алгоритмов занимают первая группа алгоритмов, основанных на оценках вегетационных индексов. Несколько подробно рассмотрим эти алгоритмы.

Частичный вегетационный покров, вычисляемый на основе индекса листовой поверхности (LAI), определяемый как [15];

$$f_{c_1} = 1 - \exp(-k_p \cdot LAI) \quad (1)$$

где: f_c – обозначение частичного растительного покрова; k_p – коэффициент ослабления;

Частичный вегетационный покров, вычисляемый на основе нормализованного разностного растительного индекса [16]:

$$f_{c_2} = \frac{NDVI_T - NDVI_S}{NDVI_\infty - NDVI_S} \quad (2)$$

Частичный вегетационный покров, вычисляемый квадратично по отношению f_2 [17].

$$f_{c_3} = \left(\frac{NDVI_T - NDVI_S}{NDVI_\infty - NDVI_S} \right)^2 \quad (3)$$

В формулах (2) и (3) приняты:

$NDVI_T$ – текущая величина этого индекса;

$NDVI_S$ – значение этого индекса для незаросшей почвы

$NDVI_\infty$ – максимально возможное значение этого индекса.

Вместе с тем, известный эффект насыщения $NDVI$ при увеличении LAI привело к необходимости корректировки значения $NDVI$ следующим образом [18].

$$NDVI_k = NDVI_\infty + (NDVI_S - NDVI_\infty) \cdot \exp[-k_p LAI] \quad (4)$$

С учетом (2) и (4) получаем, что корректируется не текущее значение, а разность $NDVI_S - NDVI_\infty$, т.е. достаточно широкий диапазон изменения $NDVI_T$. Как нам представляется, имеет смысл корректировать не разность $(NDVI_S - NDVI_\infty)$, а только текущую величину этого индекса, т.е. $NDVI_T$.

Предлагаемый метод

С учетом вышесказанного предлагается новое определение частичного растительного покрова, по сути являющуюся скорректированной величиной $NDVI_T$.

$$f_{c_4} = NDVI_T \cdot f_{c_1} = NDVI_T \cdot [1 - \exp[-k_p \cdot LAI]] \quad (5)$$

Введем на рассмотрение оптимизируемую функцию связи LAI и $NDVI_T$, т.е.

$$LAI = \varphi_k(NDVI_T), \quad (6)$$

Далее, рассмотрим следующий функционал, являющийся предлагаемым интегральным показателем частичного растительного покрова F_1

$$F_1 = \int_{NDVI_{T_0}}^{NDVI_{T_{max}}} NDVI_T [1 - \exp[-k_p \varphi_k(NDVI_T)]] dNDVI_T \quad (7)$$

В отношении функции $\varphi_k(NDVI_T)$ введем следующее ограничительное условие

$$\int_{NDVI_{T_0}}^{NDVI_{T_{max}}} \varphi_k(NDVI_T) dNDVI_T = C, \quad C = const \quad (8)$$

$$\text{где: } NDVI_{T_{max}} = 1; NDVI_{T_0} = 0. \quad (9)$$

C – показатель, характеризующий ограничительное условие, налагаемое на искомый оптимальный вид функции (6).

С учетом (7) и (8) составим задачу оптимизации, заключающуюся по сути в выборе наилучшей функции связи в смысле достижения максимума интегрального показателя частичного растительного покрова F_1

$$F_1 = \int_0^1 NDVI_T \left[1 - \exp[-k_p \varphi_k(NDVI_T)] \right] dNDVI_T - \lambda \left[\int_0^1 \varphi_k(NDVI_T) dNDVI_T - C \right] \quad (10)$$

где: λ – множитель Лагранжа.

Вычислим оптимальную функцию коррекции

$$LAI = \varphi_k(NDVI_T)_{opt}$$

Согласно [19], решение оптимизационной задачи (10) должно удовлетворить условию

$$\frac{d\{NDVI_T[1-\exp[-k_p\varphi_k(NDVI_T)]]-\lambda\cdot\varphi_k(NDVI_T)\}}{d\varphi_k(NDVI_T)} = 0 \quad (11)$$

Из выражения (11) получаем:

$$NDVI_T \cdot k_p \cdot \exp[-k_p \varphi_k(NDVI_T)] - \lambda = 0 \quad (12)$$

Из выражения (12) находим:

$$\varphi_k(NDVI_T)_{opt} = \frac{1}{k_p} \ln \left[\frac{NDVI_T \cdot k_p}{\lambda} \right] \quad (13)$$

Для вычисления значения множителя Лагранжа достаточно вставить $\varphi_k(NDVI_T)_{opt}$ под интеграл в выражении (8) и осуществив интегрирование определить величину λ . Не вдаваясь математические детали этой операции, обозначим вычисленное значение множителя Лагранжа как λ_0 .

Таким образом, решение оптимизационной задачи (10) имеет вид

$$\varphi_k(NDVI_T)_{opt} = \frac{1}{k_p} \ln \left[\frac{NDVI_T \cdot k_p}{\lambda_0} \right] \quad (14)$$

Легко проверить, что при решении (14) функционал (10) достигает максимума т.к. вторая производная интегранта в (10) по искомой функции оказывается отрицательной величиной. С учетом (1) и (14) выражения для f_{c_1} приобретает следующий вид

$$f_{c_1} = 1 - \exp \left[-\frac{k_p}{k_p} \ln \left[\frac{NDVI_T \cdot k_p}{\lambda_0} \right] \right] = 1 - \left[\frac{\lambda_0}{NDVI_T \cdot k_p} \right] \quad (15)$$

Следовательно, вновь введенный показатель f_{c_4} определится как

$$f_{c_4} = NDVI_T \cdot \left[1 - \frac{\lambda_0}{NDVI_T \cdot k_p} \right] = NDVI_T - \frac{\lambda_0}{k_p} \quad (16)$$

На основе выражений (2) и (16) определим связь между показателями f_{c_2} и f_{c_4} .

Из (16) находим

$$NDVI_T = f_{c_4} + \frac{\lambda_0}{k_p} \quad (17)$$

Из (2) находим

$$NDVI_T = f_{c_2}(NDVI_{\infty} - NDVI_S) + NDVI_S \quad (18)$$

Из выражений (17) и (18) получаем

$$f_{c_4} + f_{c_2}(NDVI_S - NDVI_{\infty}) = -\left(\frac{\lambda_0}{k_p} + NDVI_S \right) \quad (19)$$

$$\lambda_1 \cdot f_{c_4} + \lambda_2 \cdot f_{c_2} = 1 \quad (20)$$

где
$$\lambda_1 = \frac{-1}{\frac{\lambda_0 + NDVI_S}{k_p}} \quad (21)$$

$$\lambda_2 = \frac{NDVI_\infty - NDVI_S}{\frac{\lambda_0 + NDVI_S}{k_p}} \quad (22)$$

Как видно из выражений (21) и (22), λ_1 и λ_2 разнополярны, а следовательно и разность $\lambda_1 f_{c_4}$ и $\lambda_2 f_{c_2}$ равно единице.

Аналогичным образом можно вычислить взаимосвязь f_{c_4} и f_{c_3} используя выражения (16) и (3).

Таким образом, предлагаемый алгоритм максимального учета эффекта насыщения $NDVI$ в предложенном показателе частичного вегетационного покрова, основанного на $NDVI$ заключается в следующем:

Коррекция текущей величины $NDVI_T$ по выражению (5).

Введение функции связи LAI и $NDVI_k$

$$LAI = \varphi_k(NDVI_k)$$

Поиск вида скорректированной функции связи при которой целевой функционал F_1 достиг бы максимальной величины путем решения оптимизационной задачи (10). Определения максимального значения f_{c_4} и на этой основе взаимосвязи f_{c_2} и $f_{c_{4max}}$.

Выводы

Таким образом, сформулирована и решена задача уточнения показателя частичного вегетационного покрова, сформированного на базе нормализованного вегетационного индекса, с учетом известного эффекта насыщения $NDVI$ при высоких значениях LAI . В отличие от известного метода учета указанного насыщения предложена осуществление коррекции только текущей величины $NDVI$, а не разности $(NDVI_\infty - NDVI)$. На этой основе предложен новый показатель частичного растительного покрова состоящий из скорректированного $NDVI$. Введение функции связи $LAI = \varphi_k(NDVI_T)$ и допущение о постоянстве определенного интеграла этой функции позволило сформировать и решить оптимизационную задачу поиска оптимальной функции $\varphi(NDVI)_{opt}$ при которой вновь введенный интегральный показатель частичного покрова достигает максимальной величины. Полученные результаты при этом позволяют определить взаимосвязь вновь предложенного и известного показателей частичного вегетационного покрова.

Литература

1. Deardorff J. W. Efficient Prediction of Ground Surface Temperature and Moisture, with Inclusion of a Layer of Vegetation // Journal of Geophysical Research. 1978. № 83. pp.1889-1903.
2. Allen R. G., Pereira L. S. Estimating crop coefficients from fraction of ground cover and height // Irrigation Science, Springer Science+Business Media. 2009. Volume 28, Issue 1. pp. 17-34
3. Casa A. de la, Ovando G., Bressanini L., Martínez J., Díaz G., Miranda C. Soybean crop coverage estimation from NDVI images with different spatial

- resolution to evaluate yield variability in a plot. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*. 2018. Vol.146. pp.531-547
4. Foley J. A., Levis S., Costa M. H., Cramer W., Pollard D. Incorporating Dynamic Vegetation Cover within Global Climate Models // *Ecological Applications*. Vol. 10, №. 6. 2000. pp. 1620-1632.
 5. Li F., Kustas W. P., Prueger J. H., Neale C. M. U., Jackson T. J. Utility of remote sensing-based two-source energy balance model under low- and high-vegetation cover conditions // *Journal of Hydrometeorology*. Vol. 6. 2005. pp. 878-891.
 6. Wang G. X., Liu G. S., Li C. J., Yang Y. The variability of soil thermal and hydrological dynamics with vegetation cover in a permafrost region // *Agricultural and Forest Meteorology*. Vol. 162–163, 15. 2012. pp. 44-57.
 7. Wei X. H., Li, Q., Zhang M. F., Giles-Hansen K., Liu W. F., Fan H. B., Wang Y., Zhou G. Y., Piao S. L., Liu S. R. Vegetation cover-another dominant factor in determining global water resources in forested regions // *Global Change Biology*. 2018. pp. 786-795.
 8. Jiang M., Tian S., Zheng Z., Zhan Q., He Y. Human Activity Influences on Vegetation Cover Changes in Beijing, China, from 2000 to 2015. *Remote Sens*. 2017, 9(3), 271. <https://doi.org/10.3390/rs9030271>
 9. Tong L., Zhou J., Li X., Qian Y. T., Gao Y. S. Region-Based Structure Preserving Nonnegative Matrix Factorization for Hyperspectral Unmixing // *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*. 2017. Vol. 10, Issue: 4. pp. 1575-1588.
 10. Xin Z. B., Xu, J. X., Zheng W. Spatiotemporal variations of vegetation cover on the Chinese Loess Plateau (1981–2006): Impacts of climate changes and human activities. *Science in China Series D, Earth Sciences*. 2008. № 51(1), pp.67-78.
 11. Gutman G., Ignatov A. Satellite-derived green vegetation fraction for the use in numerical weather prediction models // *Advances in Space Research*. 1997. Vol. 19, Issue 3. pp. 477-480.
 12. Roberts D. A., Gardner M., Church R., Ustin S., Scheer G., Green R. O. Mapping Chaparral in the Santa Monica Mountains Using Multiple Endmember Spectral Mixture Models. 1998. Vol. 65, Issue 3. pp. 267-279 .
 13. Friedl M. A., McIver D. K., Hodges J. C. F., Zhang X. Y. ; Muchoney D., Strahler A. H. ; Woodcock, C. E. ; Gopal, S. ; Schneider, A. ; Cooper, A. ; Baccini, A., Gao F., Schaaf C. Global land cover mapping from MODIS: algorithms and early results // *Remote Sensing of Environment*. 2002. vol. 83, issue 1-2. pp. 287-302.
 14. Chopping M., Su L., Rango A., Martonchik J., Peters D., Laliberte A. Remote sensing of woody shrub cover in desert grasslands using MISR with a geometric-optical canopy reflectance model // *Remote Sensing of Environment*. 2008 vol. 112, issue 1. pp. 19-34.
 15. Nilson T. A theoretical analysis of the frequency of gaps in plant stands // *Agricultural Meteorology*. 1971. № 8. pp. 25-38.
 16. Qi J., Marsett R. C., Moran M. S., Goodrich D. C., et al. Spatial and temporal dynamics of vegetation in the San Pedro River basin area // *Agricultural and Forest Meteorology*. 2000. vol. 105, issue 1-3. pp. 55-68.
 17. Carlson T. N., Ripley D. A. On the relation between NDVI, fractional vegetation cover, and leaf area index. *Remote Sensing of Environment*. 1997. vol. 62, issue 3. pp. 241-252 .

18. Baret F., Guyot G. Potentials and limits of vegetation indices for LAI and APAR assessment // Remote Sensing of Environment. 1991. vol. 35, issue 2-3. pp. 161-173.
19. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения на вариационное исчисление. М. Наука. 1974. 432 с.

A. J. Aliyeva

Issues of estimating the area of vegetation cover in remotely sensed areas

National Aerospace Agency, Baku, Republic of Azerbaijan
e-mail: asadzade@rambler.ru

Abstract. *The problem of optimal estimation of partial vegetation cover formed on the basis of a normalized vegetation index is formulated and solved, taking into account the known effect of NDVI saturation at high LAI values. The correction of only the current value of $[[NDVI]]_t$ is proposed, and on this basis a new indicator of partial vegetation cover consisting of adjusted NDVI is formed. An integral version of the introduced indicator is also proposed. The coupling function $LAI = \varphi_k ([[NDVI]]_t)$ is introduced and, assuming the constancy of a certain integral of this function, the optimization problem of finding the optimal function $\varphi ([[NDVI]]_t)_{opt}$ is formed and solved at which the newly introduced integral indicator of partial cover reaches the maximum value. The interrelation of the newly proposed and known indicators of partial vegetation cover is determined.*

Keywords: *vegetation cover, saturation effect, leaf surface index, normalized difference vegetation index, optimization*

References

1. Deardorff J. W. (1978) Efficient Prediction of Ground Surface Temperature and Moisture, with Inclusion of a Layer of Vegetation // Journal of Geophysical Research. 1978. № 83. pp.1889-1903. (in English)
2. Allen R. G., Pereira L. S. Estimating crop coefficients from fraction of ground cover and height // Irrigation Science, Springer Science+Business Media. 2009. Volume 28, Issue 1. pp. 17-34 (in English)
3. Casa A. de la, Ovando G., Bressanini L., Martínez J., Díaz G., Miranda C. Soybean crop coverage estimation from NDVI images with different spatial resolution to evaluate yield variability in a plot. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing. 2018. Vol.146. pp.531-547. (in English)
4. Foley J. A., Levis S., Costa M. H., Cramer W., Pollard D. Incorporating Dynamic Vegetation Cover within Global Climate Models // Ecological Applications. Vol. 10, №. 6. 2000. pp. 1620-1632. (in English)
5. Li F., Kustas W. P., Prueger J. H., Neale C. M. U., Jackson T. J. Utility of remote sensing-based two-source energy balance model under low- and high-vegetation cover conditions // Journal of Hydrometeorology. Vol. 6. 2005. pp. 878-891. (in English)

6. Wang G. X., Liu G. S., Li C. J., Yang Y. The variability of soil thermal and hydrological dynamics with vegetation cover in a permafrost region // *Agricultural and Forest Meteorology*. Vol. 162–163, 15. 2012. pp. 44-57. (in English)
7. Wei X. H., Li, Q., Zhang M. F., Giles-Hansen K., Liu W. F., Fan H. B., Wang Y., Zhou G. Y., Piao S. L., Liu S. R. Vegetation cover-another dominant factor in determining global water resources in forested regions // *Global Change Biology*. 2018. pp. 786-795. (in English)
8. Jiang M., Tian S., Zheng Z., Zhan Q., He Y. Human Activity Influences on Vegetation Cover Changes in Beijing, China, from 2000 to 2015. *Remote Sens.* 2017, 9(3), 271. <https://doi.org/10.3390/rs9030271>. (in English)
9. Tong L., Zhou J., Li X., Qian Y. T., Gao Y. S. Region-Based Structure Preserving Nonnegative Matrix Factorization for Hyperspectral Unmixing // *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*. 2017. Vol. 10, Issue: 4. pp. 1575-1588. (in English)
10. Xin Z. B., Xu, J. X., Zheng W. Spatiotemporal variations of vegetation cover on the Chinese Loess Plateau (1981–2006): Impacts of climate changes and human activities. *Science in China Series D, Earth Sciences*. 2008. № 51(1), pp.67-78. (in English)
11. Gutman G., Ignatov A. Satellite-derived green vegetation fraction for the use in numerical weather prediction models // *Advances in Space Research*. 1997. Vol. 19, Issue 3. pp. 477-480. (in English)
12. Roberts D. A., Gardner M., Church R., Ustin S., Scheer G., Green R. O. Mapping Chaparral in the Santa Monica Mountains Using Multiple Endmember Spectral Mixture Models. 1998. Vol. 65, Issue 3. pp. 267-279. (in English)
13. Friedl M. A., McIver D. K., Hodges J. C. F., Zhang X. Y. ; Muchoney D., Strahler A. H. ; Woodcock, C. E. ; Gopal, S. ; Schneider, A. ; Cooper, A. ; Baccini, A., Gao F., Schaaf C. Global land cover mapping from MODIS: algorithms and early results // *Remote Sensing of Environment*. 2002. vol. 83, issue 1-2. pp. 287-302. (in English)
14. Chopping M., Su L., Rango A., Martonchik J., Peters D., Laliberte A. Remote sensing of woody shrub cover in desert grasslands using MISR with a geometric-optical canopy reflectance model // *Remote Sensing of Environment*. 2008 vol. 112, issue 1. pp. 19-34. (in English)
15. Nilson T. A theoretical analysis of the frequency of gaps in plant stands // *Agricultural Meteorology*. 1971. № 8. pp. 25-38. (in English)
16. Qi J., Marsett R. C., Moran M. S., Goodrich D. C., et al. Spatial and temporal dynamics of vegetation in the San Pedro River basin area // *Agricultural and Forest Meteorology*. 2000. vol. 105, issue 1-3. pp. 55-68. (in English)
17. Carlson T. N., Ripley D. A. On the relation between NDVI, fractional vegetation cover, and leaf area index. *Remote Sensing of Environment*. 1997. vol. 62, issue 3. pp. 241-252 . (in English)
18. Baret F., Guyot G. Potentials and limits of vegetation indices for LAI and APAR assessment // *Remote Sensing of Environment*. 1991. vol. 35, issue 2-3. pp. 161-173. (in English)
19. El'sgol'c L. E. *Differencial'nye uravneniya na variacionnoe ischislenie*. M. Nauka. 1974. 432 s. (in Russian)