

УДК 673.33

Х. Г. Асадов<sup>1</sup>,  
Е. Дж. Сулейманова,  
В. Х. Махмудова  
К. С. Агаева

## Оценка аномальных наводнений на предгорных территориях на базе метода водного потенциала ландшафта

Национальное аэрокосмическое агентство,  
г.Баку, Азербайджанская Республика  
e-mail: <sup>1</sup>asadzade@rambler.ru

**Аннотация.** Проанализирован вопрос об условиях возникновения аномального водного потока, вызывающего затопление предгорных территорий. В качестве базового использовано понятие водного потенциала ландшафта (LHP)<sup>1</sup>. и Используются известные результаты модельных исследований зависимости объёма появляющейся избыточной аномальной водной массы от площади территории затопления. Исследуется вид функции зависимости указанной территории от водного потенциала, а также двух вновь введенных показателей, первого показателя в виде  $\eta_1 = LHP \cdot Q_{med}$ , где  $Q_{med}$  – средняя величина пикового избыточного водного потока, приводящего к наводнению ( $Q_{med}$ ). и второго показателя в виде  $\eta_2 = \frac{Q_{med}}{LHP}$  появления аномальной водной массы, приводящей к затоплению территории. С применением метода вариационной оптимизации определены условия, при выполнении которых среднеинтегральные значения введенных показателей достигают максимума.

**Ключевые слова:** водный поток, оптимизация, затопление, водный потенциал, потопление.

### Введение

Расчетная пиковая величина избыточного водного потока при наводнениях является важным гидрологическим показателем, используемым при проектировании и строительстве различных гидравлических сооружений [1], дамб, мостов, каналов и т.д. Этот показатель имеет высокую степень неопределенности, так как соответствующий устаревший статистический материал часто не учитывает результаты климатических изменений [2,3]. Вместе с тем, существуют территории, в отношении которых, такие статистические данные вообще отсутствуют. В этих условиях оказываются пригодными региональные регрессионные уравнения, характеризующие частотность появления пиковых водных потоков на определенных участках [4,5].

Согласно [6], наводнения, возникающие из-за поступления аномального объёма водной массы, в значительной степени зависят от водного потенциала ландшафта potential (LHP), характеризующего как влагосодержание почвы, так и способность водоудержания и водофильтрации на соответствующих земельных участках. Метод вычисления и учета показателя LHP был протестирован во многих территориях центральной Европы [7-9].

<sup>1</sup> LHP - Hydric potential of landscape

Методология вычисления LHP была разработана в работах [6,10]. Согласно разработанной в указанных работах методике LHP может быть вычислена по следующей формуле

$$LHP = 1,5H + 2,5S_t + 3S_s + 4P_i + 3S_i + 3,5F + 2N \quad (1)$$

где  $H$ -показатель, зависящий от гидрогеологических свойств местности;  $S_t$ -показатель, зависящий от типа почвы;  $S_s$ -показатель текстуры почвы;  $P_i$ -показатель климатического водного баланса;  $S_i$ -показатель уклона местности;  $F$ -показатель гидрологического воздействия лесного древостоя;  $N$ -показатель воздействия нелесного ландшафта.

В работе [11], на базе количественных оценок вышеуказанных показателей для исследуемой территории, были построены эмпирические модели для оценки средней величины пикового избыточного водного потока, приводящего к наводнению ( $Q_{med}$ ). Были рассмотрены как линейные так и нелинейные модели:

1. Линейное регрессионное уравнение типа

$$Q_{med} = a + b_1A + b_2 \cdot LHP \quad (2)$$

где  $Q_{med}$ -среднегодовая величина пикового водотока ( $\text{м}^3 \cdot \text{с}^{-1}$ );  $a$ -постоянная величина;  $A$ -площадь исследуемого участка ( $\text{км}^2$ );  $b_1, b_2$ -регрессионные коэффициенты;

2. Нелинейное регрессионное уравнение, типа

$$Q_{med} = a_1 + a_2 \ln A + a_3 \cdot LHP \quad (3)$$

Для построения модели (3) послужили результаты исследований регрессионной зависимости между показателями  $Q_{med}$  и  $\ln A$ , показанные графически на рис. 1[11].

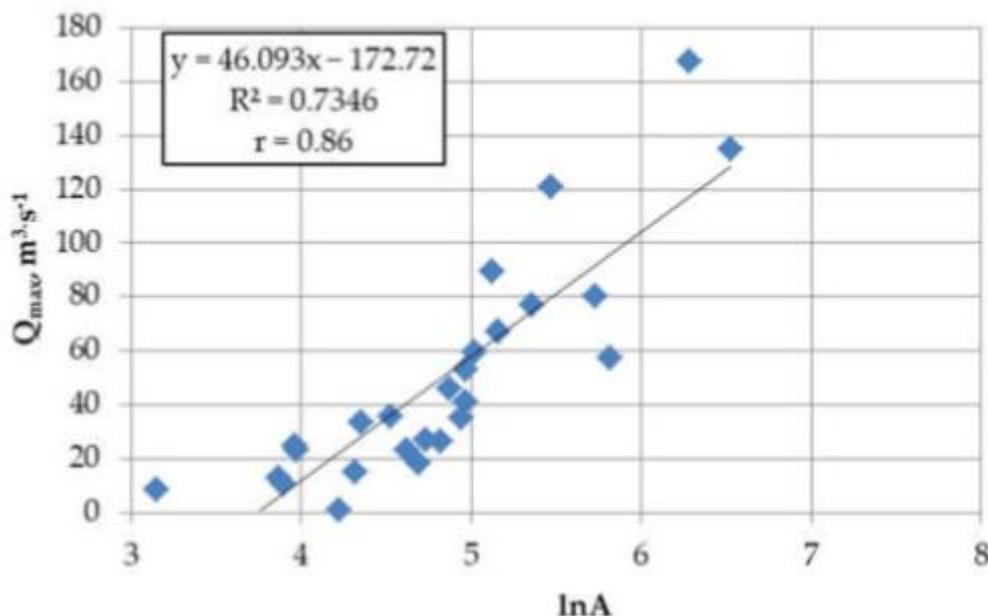


Рис. 1. Графическое отображение регрессионной связи между показателями  $Q_{med}$  и  $\ln A$

Составлено авторами

Согласно [11], модель (3) характеризуется коэффициентом корреляции  $R=0,862$ ; статистически значим при  $\alpha=0,05$ ;  $R^2=0,722$ .

Вместе с тем, модель (3) функционально ограничен и позволяет вычислить только средние значения избыточной водной массы, приводящей к наводнению. Остается неисследованным следующий вопрос: при каких условиях следует ожидать максимальной величины поступающего водного потока, приводящего к значительным затоплениям? Значимость данного вопроса не вызывает сомнений. Чтобы убедиться в этом достаточно рассмотреть данные относящиеся к минимальной, средней и максимальной величинам  $Q_{med}, LHP$  и  $A$  (табл. 1), приведенных в [11].

**Таблица 1**

| параметр  | минимальное значение | среднее значение | максимальное значение |
|-----------|----------------------|------------------|-----------------------|
| $A$       | 23,39                | 167,55           | 685,45                |
| $LHP$     | 1,2                  | 8,39             | 20,1                  |
| $Q_{med}$ | 1,19                 | 49,62            | 167,5                 |

Как видно из данных, приведенных в таблице 1 отношение  $\eta = \frac{(Q_{med})_{max}}{(Q_{med})_{сред}} \approx 3,4$ ; что может вызвать значительные сложности в методиках расчета и проектирования гидротехнических сооружений, а также при эксплуатации таких водотехнических объектов.

Далее предлагается методика для определения условий возникновения максимальных водных потоков, приводящих к аномальным затоплениям.

### Материалы и методы

Введем на рассмотрение функциональную регрессионную зависимость

$$A = f(LHP) \quad (4)$$

Далее, на функциональную зависимость (4) наложим следующее ограничительное условие

$$\int_0^{LHP_{max}} f(LHP) dLHP = C; \quad C = const \quad (5)$$

$LHP_{max}$ -максимальная величина  $LHP$ .

Заметим, что выражение (5) в принципе подразумевает существование двух упорядоченных множеств

$$A = \{A_i\}; \quad i = \overline{1, n} \quad (6)$$

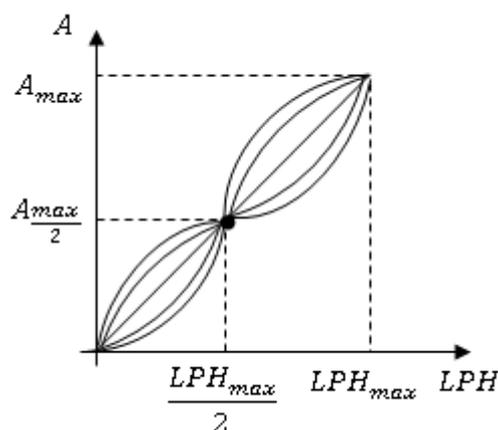
$$LHP = \{LHP_j\}; \quad j = \overline{1, n} \quad (7)$$

Дискретная функциональная зависимость

$$A_i = f(LHP_j) \quad (8)$$

определяет однозначную функциональную зависимость между  $A_i$  и  $LHP_j$ , непрерывной моделью которой является функция (4).

Что касается условия (5), то это условие несколько сужает пространство непрерывных, дважды дифференцируемых функций в котором ищем оптимальный вид функции (4) при которой целевой функционал проводимой оптимизации достиг бы максимальной величины. Графические примеры видов указанной функции приведены на рис. 2.



**Рис. 2.** Примеры функций  $f(LPH)$  удовлетворяющих условию (5)  
Составлено авторами

Далее, для анализа условий максимального затопления местности из-за появления максимальных величин  $Q_{med}$ , исследованы два вновь введенные показателя: (а) Совместный показатель минимума затопления, в виде  $\eta_1 = LHP \cdot Q_{med}$ , а также (б) относительный показатель максимума затопления, в виде  $\eta_2 = \frac{Q_{med}}{LHP}$ . Составлены целевые функционалы, в виде среднеинтегральных величин указанных показателей, содержащие функцию  $f(LHP)$ .

Далее будем исследовать среднеинтегральные величины  $\eta_1$  и  $\eta_2$  и будем осуществлять поиск вида функции  $f(LHP)$  при котором указанные среднеинтегральные величины достигли бы максимума.

Для решения задачи анализа условий достижения среднеинтегральных величин введенных показателей максимальных величин воспользуемся методом безусловной вариационной оптимизации [12]. Применительно к показателю  $\eta_1$  сформируем на базе выражений (3) и (9) следующий целевой функционал  $F_1$

$$F_1 = \int_0^{LHP_{max}} (a_1 LPH + a_2 LPH \ln f(LHP) + a_3 LPH^2) dLHP \quad (6)$$

С учетом (5) и (6) сформируем целевой функционал безусловной вариационной оптимизации

$$F_2 = \int_0^{LHP_{max}} (a_1 LPH + a_2 LPH \ln f(LHP) + a_3 LPH^2) dLHP + \lambda \left[ \int_0^{LHP_{max}} f(LHP) dLHP - C \right] \quad (7)$$

Решение задачи (7) относительно  $f(LHP)$  согласно методу Эйлера должна удовлетворять условию

$$\frac{d\{a_1 LPH + a_2 LPH \ln f(LHP) + a_3 LPH^2 + \lambda f(LHP)\}}{df(LHP)} = 0 \quad (8)$$

Из условия (7) получим

$$\frac{a_2 LPH}{f(LHP)} + \lambda = 0 \quad (9)$$

Из (9) находим

$$f(LHP) = -\frac{a_2 LPH}{\lambda} \quad (10)$$

С учетом выражений (5) и (10) получим:

$$\lambda = -\frac{a_2}{c} \int_0^{LHP_{max}} LHP dLHP = C \quad (11)$$

С учетом (10) и (11) получим

$$f(LHP) = \frac{2LHP \cdot C}{LHP_{max}^2} \quad (12)$$

Можно показать, что при решении (12) функционал  $F_2$  достигает максимума, т.к. повторная производная (9) по  $f(LHP)$  дает всегда отрицательную величину.

Выражение (12) позволяет сформировать инвариант в виде

$$\beta_1 = \frac{Q_{med}}{LPH} = \frac{2C}{LHP_{max}^2} \quad (13)$$

Рассмотрим вопрос о вычислении среднеинтегральной максимальной величины  $\eta_2$ . По аналогии с вышеизложенным, целевой функционал для безусловной вариационной оптимизации имеет вид

$$F_3 = \int_0^{LHP_{max}} \left( \frac{a_1}{LHP} + \frac{a_2}{LHP} \ln f(LHP) + a_3 \right) dLHP + \lambda_3 \left[ \int_0^{LHP_{max}} f(LHP) dLHP - C \right] \quad (14)$$

Решение задачи (14) с использованием вышеизложенной методики получено в виде

$$f(LHP) = \frac{C}{LHP \cdot \ln(LHP_{max})} \quad (15)$$

При этом определено, что при решении (15)  $F_3$  достигает максимума. На базе (15) можно сформировать второй инвариант в виде

$$\beta_2 = Q_{med} \cdot LHP = \frac{C}{\ln(LHP_{max})}$$

При этом инварианты  $\beta_1$  и  $\beta_2$  определяют условия появления максимальных величин  $\eta_1, \eta_2$ .

### Выводы

Исследованы экстремальные свойства двух вновь введенных показателей появления аномальной водной массы приводящей к затоплению территории и их среднеинтегральных величин в виде функционалов, содержащих функцию взаимосвязи площади территории и их водного потенциала, При этом использован понятие водного потенциала ландшафта ( $LHP$ ), а также результаты известных модельных исследований зависимости объёма появляющейся избыточной аномальной водной массы от площади исследуемой территории. Показано, что при наложении некоторого ограничительного условия на функциональную связь между площадью участка и  $LHP$  функционалы цели в виде среднеинтегральных величин первого показателя в виде  $\eta_1 = LHP \cdot Q_{med}$  и второго показателя в виде  $\eta_2 = \frac{Q_{med}}{LHP}$  достигают максимума соответственно при наличии прямой связи между площадью участка и  $LHP$  в первом случае, и обратной связи во втором.

### Литература

1. Serinaldi F., Grimaldi S. Synthetic design hydrographs based on distribution functions with finite support// J. Hydrol. Engineer. 2011. 16. Pp. 434-446.
2. Krajewski A., Sikorska-Senoner A., Ranzi R., Banasik K. Long-term changes of hydrological variables in a small lowland watershed in central Poland// Water 2019. 11. 564.

3. Liang Y., Wang Y., Zhao Y., Lu Y., Liu X. Analysis and projection of flood hazards over China// Water 2019. 11. 1022.
4. National Highway Institute. Highway hydrology. Hydraulics design series No 2. Second edition. U.S. Department of transportation: Washington. DC. USA. 2002.
5. Cupak A., Walega A. Basis of hydrology for streams and rivers// In open channel hydraulics river hydraulics structures and fluvial geomorphology for engineers, geomorphologists and physical geographers. CRC press: Boca Raton, FL, USA. 2018. Pp. 212-240.
6. Lepeska T. Hydric potential of landscape and integrated river basin management in mountain and submontane regions// Ecohydrol. Hydrobiol. 2010. 10. Pp. 13-24.
7. Lepeska T. Hydric potential of selected river basins in Slovakia// Ecohydrol. Hydrobiol. 2013. 13. Pp. 201-209.
8. Lepeska T., Radecki-Pawlik A., Wojkowski J., Walega A. Hydric potential of the river basin: Pradnik, Polish Highlands// Acta geophys. 2017. 65. 1253-1267.
9. Majlingova A., Zavacka M., Kliment D. An assessment of Hucava mountain stream catchment susceptibility to flooding// J. For. Sci. 2012. 58. Pp. 553-559.
10. Wojkowski J., Mlynski D., Lepeska T., Walega A., Radecki-Pawlik A. Link between hydric potential and predictability of maximum flow for selected catchments in Western Carpathians// Sci. Total Environ. 2019. 683. Pp. 293-307.
11. Walega A., Mlynski D., Wojkowski J., Radecki-Pawlik A., Lepeska T. New empirical model using landscape hydric potential method to estimate median peak discharges in mountain ungauged catchments// Water 2020. 12. 983.
12. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление// М. Наука. 1974. Стр. 432.

H. G. Asadov <sup>1</sup>,  
E. J. Suleymanova,  
V. H. Makhmudova  
K. S. Agaeva

***Assessment of abnormal floods in foothill areas based on the method of landscape water potential***

---

National Aerospace Agency, Baku, Republic of Azerbaijan  
e-mail: <sup>1</sup>asadzade@rambler.ru

**Abstract.** *The question of the conditions for the occurrence of an abnormal water flow causing flooding of foothill areas is analyzed. The concept of landscape water potential (LHP) is used as a basic one. and the well-known results of model studies of the dependence of the volume of excess abnormal water mass appearing on the area of the flooding area were used. The type of dependence function of the specified territory on the water potential is studied, as well as two newly introduced indicators, the first indicator in the form of  $\eta_1 = LHP \cdot Q_{med}$ , where  $Q_{med}$  – med is the average value of the peak excess water flow leading to flooding ( $Q_{med}$ ) and the second indicator in the form of  $\eta_2 = \frac{Q_{med}}{LHP}$  is the appearance of an abnormal water mass, leading to flooding of the territory. Using the variational optimization method, the conditions under which the average integral values of the entered indicators reach a maximum are determined.*

**Keywords:** *water flow, optimization, flooding, water potential, sinking.*